

ივანე ჯავახიშვილის სახელობის თბილისის  
სახელმწიფო უნივერსიტეტი

სამაგისტრო ნაშრომი

არალოკალური საკონტაქტო ამოცანის შესახებ მეორე რიგის  
მუდმივკოეფიციენტებიანი დიფერენციალური  
განტოლებისათვის ერთგანზომილებიანი და  
ორგანზომილებიანი შემთხვევებში

მაგისტრანტი: გიორგი ილიაევი

ხელმძღვანელები:

ასოცირებული პროფესორი თინათინ დავითაშვილი,  
ასოცირებული პროფესორი ჯემალ როგავა

თბილისი, 2024

## ანოტაცია

სამაგისტრო ნაშრომი შეეხება არალოკალურ საკონტაქტო ამოცანების რიცხვითი ამოხსნის საკითხებს როგორც ჩვეულებრივი, ისე კერძოწარმოებულებიანი დიფერენციალური განტოლებების შემთხვევაში.

ნაშრომის პირველ ნაწილში განხილულია არალოკალური საკონტაქტო ამოცანები მეორე რიგის არაერთგვაროვანი ჩვეულებრივი დიფერენციალური განტოლებებისათვის მუდმივი კოეფიციენტებით, არალოკალური საკონტაქტო პირობებით, როგორც ორ წერტილის, ასევე მრავალი წერტილის შემთხვევაში. დასმული ამოცანებისათვის აგებულია ანალიზური ამონახსენი, ასევე განხილულია იტერაციული პროცესი, რომელსაც არალოკალური საკონტაქტო ამოცანის ამოხსნა დაყავს მეორე რიგის ჩვეულებრივი დიფერენციალური განტოლებებისათვის პირველი სასაზღვრო ამოცანების მიმდევრობაზე, ასეთი ამოცანების ამოხსნის მეთოდები კი კარგად არის შესწავლილი. დამტკიცებულია აღნიშნული იტერაციული პროცესის კრებადობა. რიცხვითი ამოხსნებისთვის გამოყენებულია სასრულ სხვაობიანი მეთოდი. ორ წერტილოვანი საკონტაქტო პირობის შემთხვევაში ჩატარებულია გამოთვლითი ექსპერიმენტი სხვადასხვა მონაცემებით.

ნაშრომის მეორე ნაწილში განხილულია არალოკალური საკონტაქტო ამოცანა ორგანზომილებიანი, მუდმივკოეფიციენტებიანი წრფივი ელიფსური განტოლებისთვის, კერძოდ, არალოკალური საკონტაქტო სასაზღვრო პირობით ორი წერტილის შემთხვევაში. განსახილველ არედ აღებულია მართკუთხედი. დამტკიცებულია ამოცანის რეგულარული ამონახსნის არსებობა და ერთადერთობა. ამოცანის ამოხსნელად აგებულია იტერაციული მეთოდი, დამტკიცებულია მისი კრებადობა. წინა შემთხვევის მსგავსად, ამოცანა აქაც დადის კლასიკური ამოცანების მიმდევრობაზე, რომლის რიცხვითი ამოხსნისათვის გამოყენებულია სასრულ სხვაობიანი მეთოდი.

შემდგომი კვლევის მიმართულების გამოკვეთის მიზნით ნაშრომში შესწავლილია წრიული არისთვის დასმული დირიხლეს კლასიკური ამოცანა ელიფსური განტოლებისათვის. დასმულია ზოგიერთი არალოკალური საკონტაქტო ამოცანა წრიული არისათვის.

Ivane Javakhishvili Tbilisi State University

Master's Thesis

**On the nonlocal contact problem for the second order differential equation with constant coefficients in one-dimensional and two-dimensional cases**

**Master's Student:** Giorgi Iliaevi

**Advisors:**

Associate Professor Tinatin Davitashvili,

Associate Professor Jemal Rogava

Tbilisi, 2024

# Abstract

This master's thesis addresses the numerical solutions of non-local contact problems for both ordinary and partial differential equations.

In the first part of the thesis, we explore non-local contact problems for non-homogeneous ordinary differential equations (ODEs) of the second order with constant coefficients, considering both two-point and multi-point non-local contact conditions. Analytical solutions for these problems are constructed, and an iterative process is developed which reduces the solution of the non-local problem to a sequence of classical boundary value problems for second-order ODEs. The numerical methods for their solution are well-established. The iterative process is constructed, and the finite difference method is employed for the numerical solution. Computational experiments are conducted under various conditions for the two-point contact problem.

The second part of the thesis focuses on non-local contact problems for the two-dimensional linear elliptic equation with constant coefficients, specifically under two-point non-local contact boundary conditions within a rectangular domain. The existence and uniqueness of the regular solution are proved. An iterative method is considered and investigated for solving the stated problem. Similar to the ODE case, this problem also follows a sequence of classical problems, with the finite difference method utilized for numerical solutions.

To outline future research directions, the classical Dirichlet problem for the elliptic equation is studied. Also, several non-local contact problems for circular arcs are stated.